

## Kvadratická funkce – řešené příklady

### Zadání

- 1) Je dána funkce  $y = x^2$ . Určete souřadnice vrcholu paraboly. Vyjádřete tuto funkci pomocí tabulky, pro hodnoty  $x$  zadejte  $x$ -ovou souřadnici vrcholu a dále tři celá čísla nalevo od vrcholu a tři napravo. Hodnoty z tabulky znázorněte také v grafu.
- 2) Je dána funkce  $y = -x^2$ . Určete souřadnice vrcholu paraboly. Vyjádřete tuto funkci pomocí tabulky, pro hodnoty  $x$  zadejte  $x$ -ovou souřadnici vrcholu a dále tři celá čísla nalevo od vrcholu a tři napravo. Hodnoty z tabulky znázorněte také v grafu.
- 3) Je dána funkce  $y = 2x^2 - 1$ . Určete souřadnice vrcholu paraboly. Vyjádřete tuto funkci pomocí tabulky, pro hodnoty  $x$  zadejte  $x$ -ovou souřadnici vrcholu a dále tři celá čísla nalevo od vrcholu a tři napravo. Hodnoty z tabulky znázorněte také v grafu.
- 4) Je dána funkce  $y = -2x^2 + 4x$ . Určete souřadnice vrcholu paraboly. Vyjádřete tuto funkci pomocí tabulky, pro hodnoty  $x$  zadejte  $x$ -ovou souřadnici vrcholu a dále tři celá čísla nalevo od vrcholu a tři napravo. Hodnoty z tabulky znázorněte také v grafu.
- 5) Je dána funkce  $y = x^2 + 4x + 3$ . Určete souřadnice vrcholu paraboly. Vyjádřete tuto funkci pomocí tabulky, pro hodnoty  $x$  zadejte  $x$ -ovou souřadnici vrcholu a dále tři celá čísla nalevo od vrcholu a tři napravo. Hodnoty z tabulky znázorněte také v grafu.
- 6) Je dána funkce  $y = x^2 - 5$ . Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou  $x$ .
- 7) Je dána funkce  $y = 2x^2 - 4x$ . Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou  $x$ .
- 8) Je dána funkce  $y = x^2 + 2x - 3$ . Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou  $x$ .
- 9) Je dána funkce  $y = -x^2 + 4x - 4$ . Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou  $x$ .
- 10) Je dána funkce  $y = -2x^2 - 4x + 2$ . Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou  $x$ .
- 11) Je dána funkce  $y = 5x^2 - 3x + 2$ . Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou  $x$ .

## Řešení

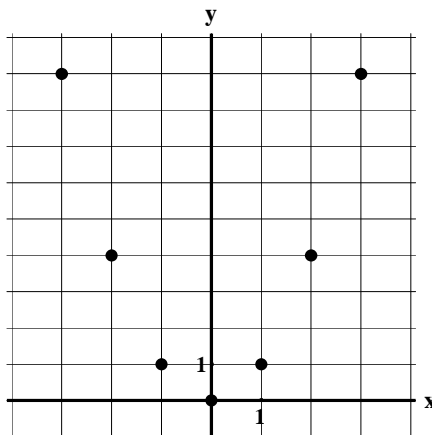
1)

Vrchol paraboly je  $V[0;0]$ .

Tabulka

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	9	4	1	0	1	4	9

Graf



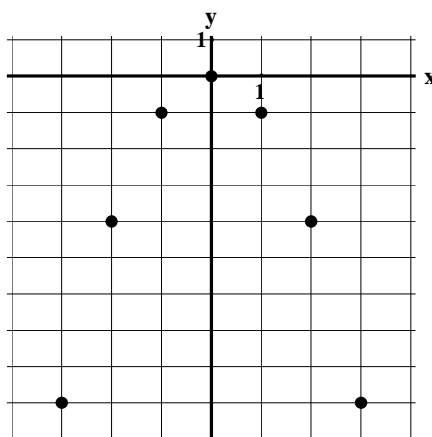
2)

Vrchol paraboly je  $V[0;0]$ .

Tabulka

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9

Graf



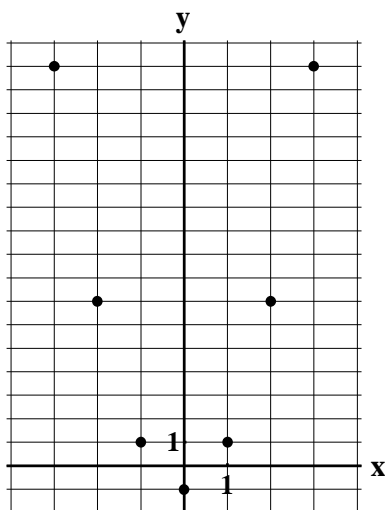
3)

Vrchol paraboly je  $V[0;-1]$ .

Tabulka

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	17	7	1	-1	1	7	17

Graf



4)

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = -2x^2 + 4x$$

$$0 = -2x^2 + 4x$$

$$0 = x \cdot (-2x + 4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2$$

$$x_0 = 1$$

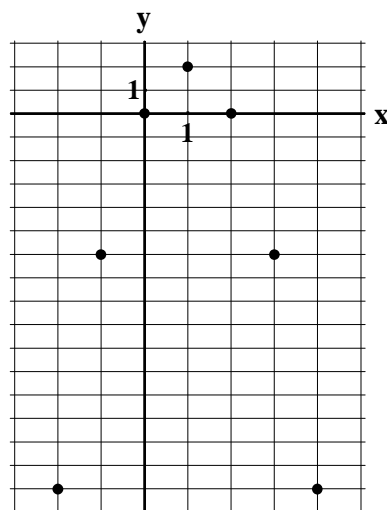
$$y_0 = -2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 2.$$

Souřadnice vrcholu jsou  $V[1; 2]$ .

Tabulka

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-16	-6	0	2	0	-6	-16

Graf



5)

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = x^2 + 4x + 3$$

$$3 = x^2 + 4x + 3$$

$$0 = x \cdot (x + 4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = -4$$

$$x_0 = -2$$

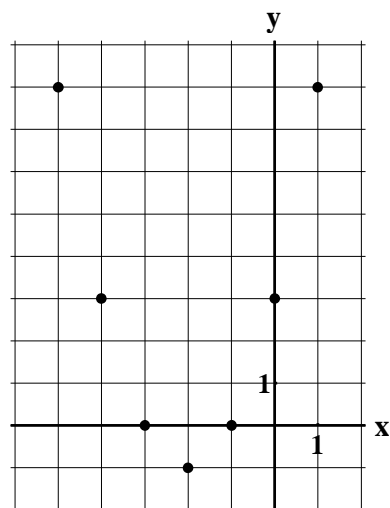
$$y_0 = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 3 = -1.$$

Souřadnice vrcholu jsou  $V[-2; -1]$ .

Tabulka

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	8	3	0	-1	0	3	8

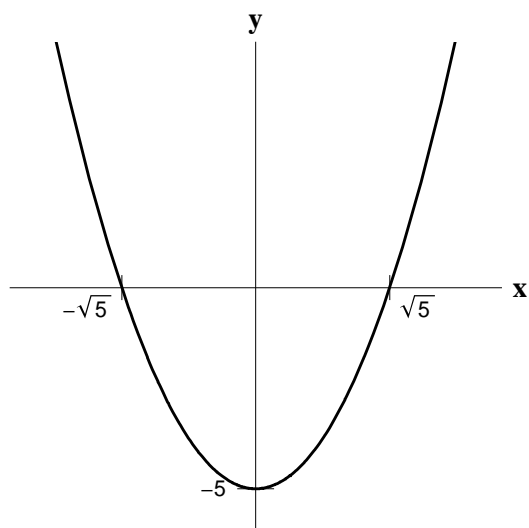
Graf



6)

Výpočet souřadnic vrcholu

Souřadnice vrcholu jsou  $V[0; -5]$ .



Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou  $x$

$$0 = x^2 - 5$$

$$x^2 = 5$$

$$x_1 = \sqrt{5} \quad x_2 = -\sqrt{5}$$

Graf protíná osu  $x$  ve dvou bodech  $[\sqrt{5}; 0]$  a  $[-\sqrt{5}; 0]$ .

7)

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = 2x^2 - 4x$$

$$0 = 2x^2 - 4x$$

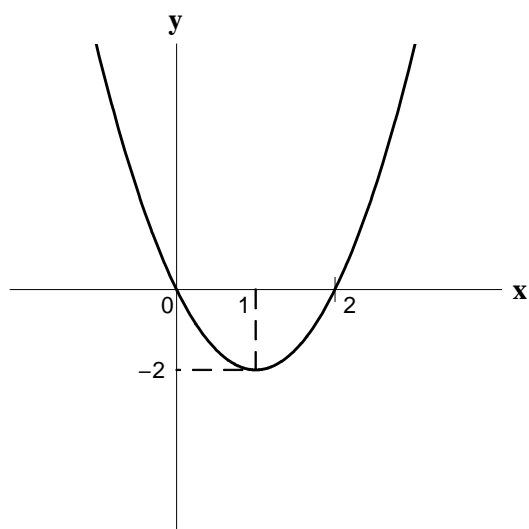
$$0 = x \cdot (2x - 4)$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 2$$

$$x_0 = 1$$

$$y_0 = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 = -2$$

Souřadnice vrcholu jsou  $V[1; -2]$ .



Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou  $x$

$$0 = 2x^2 - 4x$$

$$0 = x \cdot (2x - 4)$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 2$$

Graf protíná osu  $x$  ve dvou bodech  $[0; 0]$  a  $[2; 0]$ .

8)

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = x^2 + 2x - 3$$

$$-3 = x^2 + 2x - 3$$

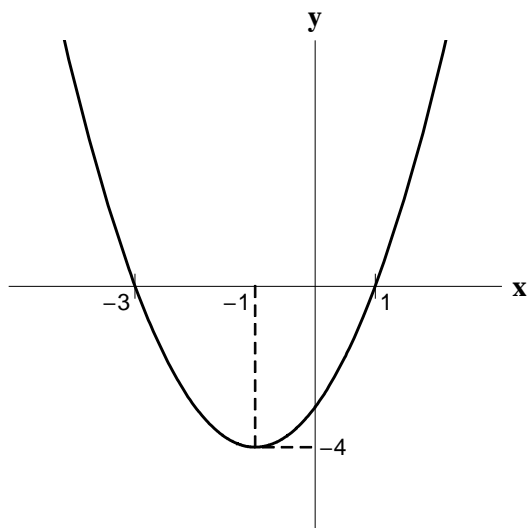
$$0 = x \cdot (x + 2)$$

$$x_1 = 0; x_2 = -2$$

$$x_0 = -1$$

$$y_0 = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 3 = -4$$

Souřadnice vrcholu jsou  $V[-1; -4]$ .



Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou  $x$

$$0 = x^2 + 2x - 3$$

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 - 4}{2} = -3$$

$$x_1 = 1; x_2 = -3$$

Graf protíná osu  $x$  ve dvou bodech  $[1; 0]$  a  $[-3; 0]$ .

9)

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = -x^2 + 4x - 4$$

$$-4 = -x^2 + 4x - 4$$

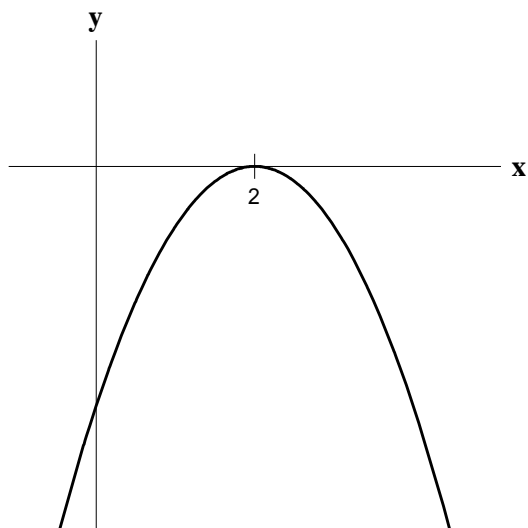
$$0 = x \cdot (-x + 4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 4$$

$$x_0 = 2$$

$$y_0 = -2^2 + 4 \cdot 2 - 4 = 0$$

Souřadnice vrcholu jsou  $V[2; 0]$ .



Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou  $x$

Protože vrchol paraboly  $V[2; 0]$  leží na ose, pak je to současně bod dotyku grafu s osou  $x$ .

10)

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = -2x^2 - 4x + 2$$

$$2 = -2x^2 - 4x + 2$$

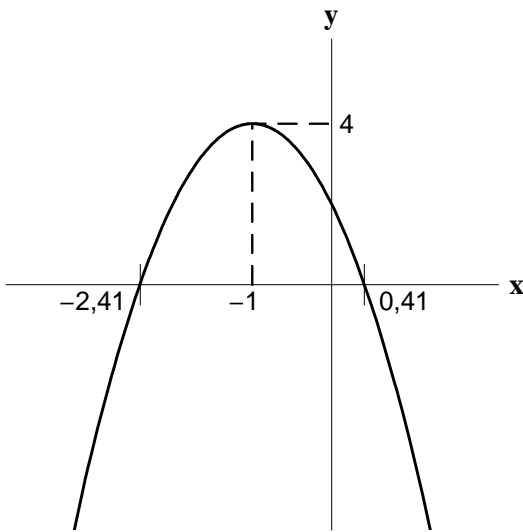
$$0 = x \cdot (-2x - 4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = -2$$

$$x_0 = -1$$

$$y_0 = (-2)(-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 2 = 4$$

Souřadnice vrcholu jsou  $V[-1; 4]$ .



11)

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = 5x^2 - 3x + 2$$

$$2 = 5x^2 - 3x + 2$$

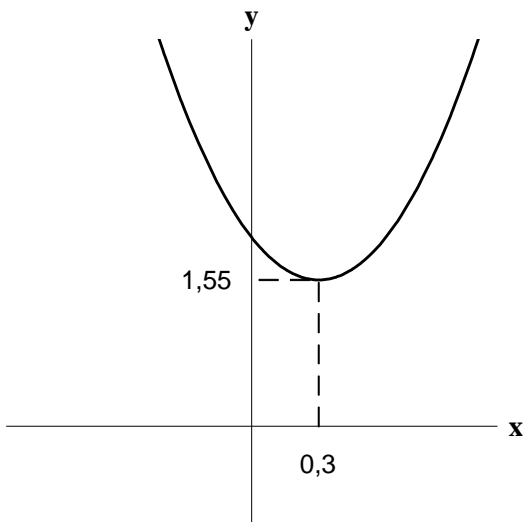
$$0 = x \cdot (5x - 3)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 0,6$$

$$x_0 = 0,3$$

$$y_0 = 5 \cdot 0,3^2 - 3 \cdot 0,3 + 2 = 1,55$$

Souřadnice vrcholu jsou  $V[0,3; 1,55]$ .



Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou  $x$

$$0 = -2x^2 - 4x + 2$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 2 = 32$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{32}}{2 \cdot (-2)} = -2,41$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{32}}{2 \cdot (-2)} = 0,41$$

$$x_1 = -2,41; x_2 = 0,41$$

Graf protíná osu  $x$  ve dvou bodech  $[-2,41; 0]$  a  $[0,41; 0]$ .

Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou  $x$

$$0 = 5x^2 - 3x + 2$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -31$$

Diskriminant je záporný, graf neprotíná osu  $x$ .